INTRODUZIONE ALLO STUDIO DELLA MATEMATICA E DELLE DISCIPLINE SCIENTIFICHE

Il percorso liceale è chiamato a offrire agli studenti strumenti per comprendere come la scienza e la tecnica informano la nostra rappresentazione del mondo e il modo in cui lo abitiamo, nonché a fornire le basi per gli studi universitari. Lo studio della matematica, dell'informatica e delle discipline scientifiche è dunque una componente essenziale della formazione liceale sia al fine di acquisire fondamenti di saperi specialistici, sia in quanto percorso unitario di educazione al metodo scientifico e al pensiero razionale. Attraverso questo lavoro, che necessariamente richiede il coinvolgimento attivo degli studenti in attività strutturate e in situazioni dove si devono porre e affrontare problemi, gli studenti costruiscono concetti e significati, linguaggi e teorie, competenze e atteggiamenti, che sono propri di ciascuna disciplina, ma sono intrecciati trasversalmente e dialogano fecondamente tra di loro. Apprendono un modo di interrogare la realtà: osservare ed esplorare i fenomeni, individuare regolarità, formulare ipotesi, costruire modelli, mettere alla prova la loro validità tramite esperimenti mirati – discutendo, argomentando e imparando a riconoscere l'errore come un'occasione di crescita.

In tale quadro, la matematica si trova in una posizione particolare e centrale, come creazione autonoma del pensiero e allo stesso tempo come linguaggio unificante di tutte le scienze e tecniche, strumento per rappresentare relazioni, costruire modelli, calcolare, dimostrare. Attraverso la matematica lo studente sviluppa la creatività e impara a riconoscere e rispettare la coerenza logica dei discorsi e delle dimostrazioni. Al tempo stesso, la costruzione dei suoi concetti, significati, procedure, in tutto il percorso liceale, si alimenta delle loro interpretazioni in situazioni e contesti di tutti gli ambiti della vita quotidiana e del sapere, in particolare delle scienze e della fisica, e in tutto l'arco del secondo biennio e del quinto anno si sviluppa anche grazie a uno stretto collegamento con la modellizzazione.

La fisica descrive la Natura integrando osservazione e astrazione. In quest'ottica, l'introduzione in matematica delle funzioni fin dal primo biennio, poi dei concetti intuitivi di derivata e integrale, possibile già dall'inizio del secondo biennio, e infine al quinto anno degli elementi dell'Analisi matematica consente di formalizzare le leggi fisiche con rigore. Tale strumentazione è indispensabile per definire operativamente le grandezze e costruire modelli coerenti; essa permette di analizzarne i limiti di validità e di progettare esperimenti per testare le teorie, promuovendo il progresso tecnologico.

Le scienze naturali integrano osservazione, sperimentazione e riflessione critica, realizzate con gli strumenti metodologici propri delle discipline che le compongono (biologia, chimica e scienze della Terra), e offrono strumenti per comprendere le interrelazioni tra la struttura della materia, le funzioni cellulari, le caratteristiche e il ruolo degli organismi, la composizione degli ecosistemi, i processi profondi e superficiali della Terra; in tal modo contribuiscono a promuovere una comprensione sistemica dei fenomeni e un orientamento responsabile rispetto alle questioni della sostenibilità.

L'informatica mette a disposizione strumenti formali e operativi per la rappresentazione e l'elaborazione delle informazioni, costruendo sistemi, linguaggi e algoritmi, dei quali analizza l'efficienza e l'intrinseca affidabilità, nonché l'impatto sugli utenti, individui e organizzazioni.

Tutto ciò va collocato in una prospettiva storica e interdisciplinare, che consenta di riflettere, ad esempio, sul rapporto tra matematica e fisica nella nascita del Calcolo, sul progressivo evolversi della matematizzazione e, poi, della digitalizzazione della natura, e che metta in evidenza le molteplici influenze che, in vari momenti storici come nel tempo presente, le diverse scienze hanno esercitato e continuano a esercitare le une sulle altre.

In questa prospettiva si colloca anche il confronto con l'intelligenza artificiale, che sempre più, nei suoi vari aspetti, è oggetto e strumento di ricerca e di apprendimento delle scienze, della fisica, della matematica e dell'informatica – da questo confronto critico, in dialogo con le scienze umane, vengono stimolati l'uso consapevole dell'intelligenza artificiale, la comprensione delle sue implicazioni sociali ed etiche, nonché la riflessione filosofica.

Quindi è importante che le istituzioni scolastiche e i docenti delle diverse discipline promuovano opportune forme di coordinamento per quanto riguarda gli obiettivi e la progressione degli argomenti nei rispettivi percorsi didattici. Ed è anche importante cogliere e ricercare occasioni per aprire lo sguardo e gli interessi degli studenti sulle tecnologie e sulle ingegnerie – partendo dai legami che queste hanno, anche trasversalmente, con le diverse discipline scientifiche, e sfruttando opportune interazioni con università, enti di ricerca e imprese sui territori.

MATEMATICA

PERCHÉ STUDIARE LA MATEMATICA

Lo sviluppo di conoscenze e competenze matematiche è centrale per la formazione personale e culturale dell'individuo ed è essenziale per esercitare una cittadinanza attiva e responsabile; inoltre, fornisce basi importanti per il lavoro e le professioni. Infatti, attraverso l'apprendimento della Matematica si sviluppano il ragionamento logico, la curiosità e la creatività, la capacità di analizzare dati e informazioni, di esprimere con chiarezza il proprio punto di vista e di confrontarsi con le idee degli altri. Con la Matematica si educa al valore della bellezza e dell'armonia, si sviluppa la capacità di affrontare l'incertezza e di orientarsi, con metodo, nelle scelte personali e professionali. Si acquisiscono inoltre strumenti concettuali e operativi per descrivere i fenomeni naturali e i dispositivi artificiali, per creare modelli, per calcolare e formulare previsioni. Tali strumenti sono alla base delle discipline scientifiche e della tecnica e contribuiscono al progresso sociale, culturale, civile ed economico. Inoltre, l'apprendimento della matematica fornisce concetti e linguaggio che stanno alla base dei sistemi di intelligenza artificiale e favorisce un loro uso consapevole da parte dello studente, contribuendo a sviluppare la comprensione del loro funzionamento e la capacità di valutarne l'affidabilità e le implicazioni; si promuove così un atteggiamento critico e responsabile nei confronti di tali sistemi e strumenti.

LINEE GENERALI E COMPETENZE

L'insegnamento della matematica nel Liceo riconosce e valorizza il ruolo della matematica come linguaggio per descrivere e interpretare la realtà; al contempo, evidenzia il carattere logicamente coerente e sistematico della matematica, nonché la sua intrinseca bellezza ed eleganza. Inoltre, offre occasioni per stabilire collegamenti interdisciplinari e per comprendere come il pensiero matematico è nato e si è sviluppato storicamente in relazione con gli altri ambiti del pensiero. Nel Liceo delle Scienze Umane, lo studio della matematica è collegato allo sviluppo della riflessione sui processi di pensiero attivati nella risoluzione dei problemi e sulle difficoltà incontrate, anche in una prospettiva metacognitiva.
Nel Liceo, lo studente costruisce gradualmente una comprensione della Matematica come sistema teorico, costituito da concetti e proposizioni che hanno significato e sono collegati tra loro da idee generali, procedimenti e dimostrazioni, in un orizzonte di senso personale e collettivo. Questa costruzione riguarda tutti i nuclei tematici e si realizza attraverso il coinvolgimento attivo degli studenti in situazioni problematiche e in attività strutturate, dove vengono valorizzati i processi di esplorazione, formulazione di ipotesi e argomentazione, e si sviluppano i significati degli oggetti matematici insieme alle competenze, agli atteggiamenti e ai valori.
L'insegnamento della Matematica offre infine agli studenti uno spazio di inclusione e di crescita personale, dove l'errore non viene considerato un fallimento, bensì un'opportunità di apprendimento e di confronto; dove si può imparare a superare le difficoltà, acquisire fiducia nelle proprie capacità, assumere la responsabilità del proprio apprendimento.
In questo contesto, in continuità con le Nuove Indicazioni Nazionali per il primo ciclo, l'apprendimento dell'informatica offre agli studenti un ulteriore strumento formale per descrivere, modellizzare e interpretare la realtà, che risulta indispensabile per comprendere i contesti in cui l'elaborazione automatica delle informazioni svolge un ruolo determinante.
Al termine del percorso del Liceo delle Scienze Umane lo studente sarà in grado di:

- riconoscere e valorizzare la duplice natura della matematica: strumentale e culturale;
- riconoscere e apprezzare l'insieme dei valori che caratterizzano la matematica nella sua dimensione culturale e storica;
- rappresentare oggetti matematici e relazioni fra essi, operare con queste rappresentazioni e passare dall'una all'altra ove opportuno;
- comunicare in e con la matematica utilizzando linguaggi e notazioni appropriate;
- porre e affrontare problemi anche in contesti non matematici;
- applicare i modelli matematici studiati alla descrizione dei fenomeni del mondo reale;
- leggere criticamente dati quantitativi e grafici, in particolare nel contesto della psicologia e delle scienze sociali;

- argomentare, utilizzando le conoscenze possedute, in modo pertinente e coerente con la tesi da sostenere, vagliandone la plausibilità, discutendo idee e confrontando punti di vista, anche nella prospettiva dell'educazione civica;
- costruire dimostrazioni, individuando e rendendo espliciti gli assunti, concatenando in modo rigoroso i passaggi logici e giungendo a conclusioni coerenti e fondate;
- comprendere e applicare princìpi e concetti fondamentali dell'informatica per analizzare e modellare fenomeni e problemi;
- valutare criticamente l'opportunità di utilizzare le tecnologie digitali, riconoscendone potenzialità e limiti, e di adottarle in modo consapevole, responsabile, competente e creativo;
- fare collegamenti inter e pluridisciplinari, analizzare tappe significative dello sviluppo del pensiero matematico in relazione al contesto storico e culturale;
- interagire in modo critico e consapevole con sistemi di intelligenza artificiale e utilizzarli responsabilmente per analizzare informazioni ed esplorare problemi comprendendo le loro potenzialità e i limiti, nonché le implicazioni etiche e le assunzioni di responsabilità personale connesse al loro utilizzo;
- riconoscere alcune connessioni tra matematica, filosofia, antropologia, psicologia, pedagogia e neuroscienze nella loro evoluzione storica essendo consapevole del ruolo della matematica nei diversi ambiti dell'attività umana.

Le competenze indicate costituiscono un bagaglio di strumenti che permette allo studente di analizzare razionalmente le situazioni, avere coscienza delle proprie risorse e prendere decisioni consapevoli e motivate, anche in ambito personale e formativo.
Le competenze andranno sviluppate e mobilitate in contesti e situazioni opportunamente scelti e richiederanno un livello di approfondimento e abilità tecnica calibrato in relazione alle specificità del percorso formativo.
Per dare evidenza alla stretta connessione fra l'apprendimento della teoria e lo sviluppo delle competenze, ciascuno degli obiettivi specifici che seguono viene formulato come un'azione che lo studente è in grado di compiere operando su e con oggetti e procedure matematiche, sostenuto da intenzioni, strategie e competenze disciplinari e trasversali.

OBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO

PRIMO BIENNIO

Per garantire continuità e orientare lo sviluppo del curricolo, nel primo biennio sono stati mantenuti i nuclei tematici del primo ciclo, rinominati ove opportuno per evidenziare il passaggio dall'esplorazione dei campi di esperienza alla costruzione di teorie. Così, dal nucleo "Numeri" si passa ad "Aritmetica e Algebra" e da "Spazio e figure" a "Geometria"; "Dati e previsioni" diventa "Analisi di dati, Statistica e Probabilità". Il nucleo "Funzioni" indica l'esplorazione delle rappresentazioni grafiche e delle proprietà di diversi tipi di funzioni di una variabile reale, che sono utili anche per altre materie. Il nucleo "Informatica" prosegue lo sviluppo delle tematiche disciplinari introdotte nel primo ciclo. Infine, il nucleo trasversale "Linguaggio degli insiemi e delle funzioni, logica e linguaggio" evidenzia gli obiettivi di consapevolezza della struttura logica e linguistica del pensiero matematico. Tali obiettivi, pur rivestendo un carattere fondamentale, sono collocati per ultimi, a sottolineare che il loro raggiungimento è possibile solo in modo graduale e in stretta connessione con il lavoro svolto negli altri nuclei.

ARITMETICA E ALGEBRA

Alla fine del primo biennio, in diversi contesti, interni alla matematica o appartenenti ad altri ambiti, lo studente è in grado di operare con i numeri interi e i numeri razionali, utilizzando consapevolmente le proprietà delle operazioni, e scegliendo, a seconda dei casi, rappresentazioni dei numeri comode per il calcolo o per l'intuizione; usa il linguaggio algebrico per modellizzare situazioni, porre problemi ed esplorarli, cercando esempi e controesempi, congetturando e argomentando; riconosce quando sia opportuno ricorrere a semplici equazioni o sistemi di primo e secondo grado per formalizzare e risolvere problemi; esegue calcoli numerici e letterali, sostenuto dalla comprensione del significato dei simboli e delle procedure, con un livello di abilità adeguato al livello scolastico, che non richiede tecnicismi eccessivi. In particolare, cercando, nei modi opportuni, di mantenere un'attenzione sul proprio processo di apprendimento, sulle difficoltà che incontra e sui modi in cui le affronta, lo studente è in grado di:

- tradurre in formule istruzioni di calcolo espresse a parole, e viceversa;

- eseguire operazioni e semplici espressioni di calcolo con numeri, anche a mente, essendo consapevole delle proprietà e delle strategie usate; descrivere in termini generali tali proprietà mediante espressioni letterali; ricorrere in modo appropriato a diversi strumenti di calcolo, quando opportuno;
- rappresentare i numeri sulla retta; usare scale graduate di diverso tipo.

Inoltre, basandosi su una varietà di esempi incontrati in situazioni e problemi di interesse relativi a tutti i nuclei, e opportunamente orientato dal docente a riflettere, generalizzare e dimostrare, lo studente è in grado di

- riconoscere e usare consapevolmente le proprietà delle operazioni; riconoscere, applicare e giustificare le proprietà delle potenze intere di un numero;
- manipolare e trasformare espressioni letterali, come il quadrato di una somma di termini, la differenza di due quadrati e la somma di semplici frazioni algebriche, in funzione degli obiettivi che si hanno, comprendendo il significato che tali espressioni e trasformazioni assumono in diversi contesti e situazioni;
- determinare l'insieme delle soluzioni di un'equazione di primo grado in una incognita x, riconducendola alla forma ax=b e affrontando consapevolmente il caso a=0;
- determinare le soluzioni di semplici equazioni di secondo grado, utilizzando la formula risolutiva, di cui sa giustificare la validità, o altri procedimenti, quando più convenienti;
- fornire diversi esempi di numeri primi, e dimostrare che i numeri primi sono infiniti;
- riconoscere che esistono numeri positivi a che non possono essere espressi come quadrato di un numero razionale; usare il simbolo $\sqrt{a}$ come un numero e razionalizzare espressioni del tipo $(b+\sqrt{a})^{-1}$;
- comprendere che i numeri utilizzati nei calcoli e nelle misure appartengono a un insieme, detto dei numeri reali, il quale è in corrispondenza biunivoca con l'insieme dei punti della retta e contiene in particolare i numeri razionali, il numero pi greco, le radici dei numeri razionali non negativi; riconoscere che tale insieme è chiuso rispetto alle operazioni di somma, prodotto, differenza, divisione per numeri diversi da 0 ed estrazione di radice di numeri non negativi.

FUNZIONI

Attraverso la pluralità di problemi che gli vengono presentati, lo studente sviluppa progressivamente il linguaggio degli insiemi e il concetto di funzione, riconoscendo la loro utilità per descrivere gli oggetti matematici e le relazioni tra essi. In particolare,

- riconosce che in diverse situazioni la risposta a un problema è una funzione dei dati e che può essere utile rappresentarla con espressioni letterali, grafici, tabelle, descrizioni a parole, a seconda degli scopi che si hanno;
- rappresenta il grafico delle funzioni

  $y=x^2$, $y=x^3$, $y=\frac{1}{x}$, $y=\sqrt{x}$, $y=|x|$

  a partire dal grafico della funzione y=x, attraverso ragionamenti qualitativi e individuando alcuni punti dei grafici che si calcolano facilmente;
- descrive i grafici delle funzioni del tipo $af(x)$, $f(ax)$, $f(x\text{-}b)$, $f(x)+c$ e analizza come varia il loro comportamento al variare dei parametri a, b, c a partire dal grafico di una funzione f;
- rappresenta il grafico e descrive il comportamento di funzioni $y=g(x)$ molto semplici, ottenute come somma, prodotto o composizione di funzioni dei tipi sopra indicati; in particolare determina il segno e gli zeri di tali funzioni, affrontando così lo studio di equazioni del tipo g(x)=0 e disequazioni del tipo $g(x)>0$;
- descrive esempi di contesti e situazioni nei quali funzioni del tipo indicato, anche definite a tratti, vengono usate come modelli di fenomeni naturali o di dispositivi artificiali;
- determina l'insieme delle soluzioni di qualche sistema di equazioni in una o più incognite che incontra in situazioni di interesse e interpreta il significato del sistema e delle soluzioni nei relativi contesti;
- riconosce la funzione $x=\sqrt{y}$, definita per $y \geq 0$,, come funzione inversa della funzione che associa a ogni numero reale non negativo x il numero $y=x^2$; estende tale concetto alla potenza n-esima.

GEOMETRIA

Nel contesto di situazioni e problemi significativi, lo studente consolida gradualmente nel corso del biennio le abilità di riconoscere, descrivere e riprodurre figure geometriche nel piano, anche usando le coordinate, nonché di riconoscere semplici trasformazioni geometriche e rappresentarne gli effetti; consolida, inoltre, le abilità di visualizzare e rappresentare, mediante disegni o modelli, semplici figure nello spazio. Tutto questo si intreccia con la progressiva comprensione della geometria euclidea come sistema teorico.

In particolare, lo studente

- riconosce ed enuncia le principali proprietà degli enti geometrici, organizzandole in una rete di connessioni e catene deduttive, in questo modo comprende il significato dei termini assioma, definizione, teorema, dimostrazione, ed è in grado di usarli correttamente;
- riconosce la struttura assiomatica della geometria euclidea e comprende, anche attraverso la discussione del V postulato, il ruolo degli assiomi come scelte fondative da cui si sviluppa un sistema di teoremi;
- dimostra, nell'ambito di tale sistema, alcuni risultati classici, come le proprietà dei parallelogrammi, il Teorema di Pitagora e il suo inverso, la relazione tra angoli al centro e angoli alla circonferenza, i criteri di similitudine per i triangoli, i teoremi di Euclide.
- determina il perimetro e l'area di figure piane, nonché l'area di superfici e il volume di solidi nello spazio, scomponendo o ricomponendo le figure;
- descrive e spiega il diverso comportamento di lunghezza, area e volume rispetto a un cambiamento di scala.

ANALISI DI DATI, STATISTICA, PROBABILITÀ

Nel contesto di situazioni e problemi significativi, sia interni alla matematica, sia in ambito sociale, psicometrico e didattico, lo studente raccoglie, rappresenta e archivia dati in diversi formati, utilizzando strumenti vari, anche digitali, e distinguendo differenti tipi di caratteri e scale. Tra gli altri, considera dati relativi a esperimenti aleatori ideali, come l'estrazione da urne e il lancio di monete o dadi, e comincia a riconoscere le relazioni tra situazioni reali e modelli ideali. In casi semplici, lo studente è in grado di rappresentare distribuzioni di frequenze e determinare diversi indici di posizione: media, mediana, percentile; calcolare la distanza interquartile, rappresentarla graficamente, e interpretarla come indice di dispersione; illustrare il significato di tali indici e utilizzarli per confrontare tra loro le distribuzioni.

Nel contesto di semplici esempi di esperimenti aleatori che hanno un insieme finito di esiti possibili, costruisce il concetto di evento e di probabilità di un evento. In particolare,

- confronta eventi diversi e decide se è ragionevole ritenere due eventi ugualmente probabili, oppure se uno dei due è più probabile dell'altro;
- attribuisce un valore numerico alla probabilità di un evento quando gli eventi elementari si ritengono ugualmente probabili, oppure sulla base di dati statistici; sa spiegare perché prende tali decisioni;
- sviluppa un linguaggio, anche simbolico, per descrivere l'insieme degli eventi, pensandoli come sottoinsiemi di un opportuno spazio;
- riconosce che la probabilità si può pensare come una funzione che associa a ogni evento un numero fra zero e uno e ha la proprietà di essere additiva sugli eventi disgiunti;
- calcola, in diverse situazioni, la probabilità di eventi conoscendo la probabilità di altri eventi.

INFORMATICA

A partire da semplici esempi di algoritmi, anche incontrati nell'ambito degli altri nuclei, implementati con un opportuno linguaggio di programmazione, lo studente rafforza la sua abilità di

- analizzare un algoritmo o un programma per capirne il comportamento, identificarne eventuali difetti e correggerli;
- scrivere semplici programmi con strutture di controllo e condizioni, anche utilizzando variabili;
- valutare l'esito di un algoritmo o di un programma seguendone i passi e tenendo traccia del valore delle variabili.

Su questa base, con riferimento ad esempi significativi e in situazioni semplici, quali, ad esempio, la ricerca e l'ordinamento per una sequenza di numeri o di parole,

- sviluppa i concetti di esecuzione automatica di algoritmi, correttezza ed efficienza di algoritmi e programmi, rappresentazione dello stato di un programma informatico in esecuzione;
- riconosce le relazioni tra le modalità di rappresentazione dei dati e l'efficacia della loro elaborazione attraverso algoritmi e programmi informatici;

Inoltre, comprende l'importanza del punto di vista dell'utente (bisogni, competenza, contesto d'uso) nella definizione e realizzazione di soluzioni informatiche e acquisisce consapevolezza del legame tra le modalità con cui i problemi vengono risolti attraverso strumenti informatici e le conseguenze che tali soluzioni producono sul piano sociale, culturale ed etico anche nel caso di sistemi basati su tecniche dell'intelligenza artificiale.

LINGUAGGIO DEGLI INSIEMI E DELLE FUNZIONI, LOGICA E LINGUAGGIO VERBALE

Stimolato da specifiche questioni che ha incontrato, lo studente

- riflette sulla forma e sulla struttura di enunciati e ragionamenti, riconoscendo le specificità dell'uso matematico di parole come "e", "o", "non", "se… allora";
- individua ipotesi e tesi negli enunciati formulati come implicazioni e riconosce le dimostrazioni per assurdo;
- acquisisce consapevolezza e precisione nell'uso del linguaggio ordinario.

Inoltre, si appropria progressivamente del linguaggio elementare degli insiemi e del concetto generale di funzione e li usa per descrivere problemi e situazioni, ogni volta che è opportuno; in particolare è in grado di usare le operazioni e le relazioni tra insiemi, delle quali riconosce e sa descrivere le più semplici proprietà.

SECONDO BIENNIO

Nel secondo biennio lo studente utilizza, in situazioni via via più complesse e diversificate, quanto appreso nel primo biennio e sviluppa nuove conoscenze, competenze e punti di vista. In ogni caso, l'attenzione è rivolta allo sviluppo dell'intuizione, alla precisione del linguaggio e alla correttezza del ragionamento in situazioni semplici e significative, più che all'acquisizione di tecniche di calcolo in situazioni complicate. Gli obiettivi sono organizzati nei seguenti nuclei tematici: Funzioni e modelli (che comprende i primi elementi del Calcolo differenziale e integrale); Geometria e Algebra; Analisi di dati, Statistica e Probabilità. Come per gli altri periodi del percorso liceale, gli obiettivi sono intesi come traguardi da conseguire al termine del biennio. L'ordine con cui essi sono qui presentati non intende in alcun modo prefigurare la scansione didattica della loro proposta nelle classi. Assumono, infatti, crescente rilievo le interconnessioni tra i nuclei: concetti, strumenti e linguaggi sviluppati nei diversi ambiti si collegano tra loro e contribuiscono alla costruzione di un quadro unitario e coerente. Tali legami possono essere opportunamente evidenziati e valorizzati nei percorsi didattici, nei quali ogni nucleo può essere gradualmente sviluppato fin dall'inizio del biennio. Ciò vale in particolare per Analisi di dati, Statistica e Probabilità e per i primi elementi del Calcolo differenziale e integrale, i cui problemi, concetti e metodi hanno bisogno di tempo per maturare e il cui studio può efficacemente essere avviato insieme a Funzioni e modelli e Geometria e Algebra, anche per favorire gli opportuni raccordi con l'insegnamento della fisica. Resta all'autonomia e alla responsabilità delle istituzioni scolastiche e dei docenti definire i percorsi formativi, nonché i tempi dell'insegnamento e dello svolgimento delle singole discipline e attività, nel modo più adeguato al tipo di studi e ai ritmi di apprendimento degli studenti.

FUNZIONI E MODELLI

Lo studente riprende in considerazione e studia sistematicamente alcune famiglie di funzioni elementari che ha incontrato nel primo biennio. Ne approfondisce le proprietà, l'origine storica ove opportuno, e le usa per rappresentare e interpretare fenomeni naturali e delle scienze umane. In particolare, è in grado di rappresentare il grafico e descrivere il comportamento delle funzioni del tipo:

$$y = ax + b, \quad y = m(x-p)^2 + q, \quad y = cx^k$$

Inoltre, lo studente è in grado di

- illustrare le proprietà della funzione esponenziale $f(k)=a^k$, con k intero non negativo, e di usarla come modello per descrivere l'evoluzione di fenomeni naturali; giustificare la sua estensione ai numeri interi negativi e ai numeri razionali, anche facendo riferimento al suo significato in diversi contesti;
- rappresentare il grafico e ricavare il comportamento e le proprietà della funzione logaritmo a partire da quelle della funzione esponenziale;
- discutere le ragioni dell'importanza storica del logaritmo;
- riconoscere e interpretare i rapporti tra i lati di un triangolo rettangolo come funzioni goniometriche; motivare l'estensione di tali funzioni all'insieme dei numeri reali e rappresentare qualitativamente i loro grafici;
- usare le formule di somma per il seno e il coseno, comprendendone il significato geometrico e fisico e le possibili applicazioni;
- illustrare il comportamento delle funzioni del tipo $y = a\text{sen}(kx + \varphi)$ e usarle per descrivere fenomeni ondulatori;
- rappresentare qualitativamente il grafico di qualche funzione significativa dei tipi indicati in precedenza, che incontra in problemi di interesse, eventualmente risolvendo in tale contesto semplici equazioni o disequazioni, di cui interpreta il significato.

Lo studente comprende come i problemi di determinare l'area delle figure e le tangenti alle curve motivano lo studio dei processi di approssimazione e conducono ai concetti di integrale, derivata e limite di successioni e

funzioni. Lo studente è in grado di usare tali concetti in modo intuitivo per analizzare il comportamento delle famiglie di funzioni e modelli che conosce. In particolare, lo studente è in grado di

- illustrare un'idea intuitiva di integrale di una funzione, basata sulla nozione di area del sottografico e sull'approssimazione con funzioni costanti a tratti, e di interpretarne il significato in diversi contesti;
- illustrare il concetto di rapporto incrementale di una funzione in un intervallo e spiegarne l'interpretazione sia come pendenza di un'opportuna retta secante al grafico, sia come velocità media;
- illustrare un'idea intuitiva della derivata di una funzione f in un punto x come valore limite del rapporto incrementale, interpretando la derivata come velocità istantanea o come pendenza del grafico; descrivere e disegnare il grafico della funzione derivata, in semplici casi, anche per funzioni definite a tratti;
- illustrare una nozione intuitiva di limite di una successione e di una funzione e le sue proprietà.

GEOMETRIA E ALGEBRA

Nel secondo biennio, a partire dall'intuizione e dalle proprietà degli enti geometrici euclidei, lo studente sviluppa il linguaggio dei vettori e delle coordinate cartesiane, e le relazioni tra descrizioni geometriche e algebriche di figure e trasformazioni. In particolare, lo studente è in grado di

- rappresentare geometricamente e analiticamente la combinazione lineare di due vettori con coefficienti assegnati, nonché la retta generata da un vettore non nullo e il piano generato da due vettori non allineati;
- descrivere una retta o un piano come insieme delle soluzioni di un'equazione o di un sistema lineare, di cui discute la risolubilità, in casi semplici;
- descrivere algebricamente qualche semplice trasformazione geometrica e comprenderne il comportamento lineare;
- ricavare i vertici e le proprietà di simmetria di una conica assegnata tramite un'opportuna equazione;
- descrivere un tratto di una conica come grafico di una funzione della variabile x o della variabile y, a seconda delle necessità e delle possibilità, in contesti e situazioni di interesse;
- descrivere le proprietà geometriche che caratterizzano i diversi tipi di conica;
- illustrare la caratterizzazione delle coniche come sezioni di un cono, nonché la loro importanza nello sviluppo storico del pensiero scientifico, nella tecnica, nell'arte e nel design.

ANALISI DI DATI, STATISTICA E PROBABILITÀ

In esempi semplici e significativi, in particolare nel contesto delle scienze umane, eventualmente anche usando metodi e strumenti dell'informatica, lo studente è in grado di:

- interpretare la varianza e la deviazione standard di una distribuzione di dati in una variabile come indici di dispersione;
- riconoscere eventi indipendenti, calcolare probabilità condizionate e applicare la formula di Bayes in contesti quotidiani, interpretandone il significato;
- leggere una tabella a doppia entrata di frequenze, con le frequenze di riga e di colonna, relativa a due variabili categoriche; usare la tabella per osservare andamenti regolari e anomalie, nonché per valutare dipendenza e indipendenza tra le variabili tramite strumenti qualitativi e quantitativi;
- rappresentare dati in forme che ne consentano l'elaborazione e l'analisi, anche con l'uso di strumenti informatici, inclusi quelli basati su intelligenza artificiale;
- determinare le distribuzioni relative agli esiti di semplici esperimenti aleatori ideali, in particolare la distribuzione binomiale; usare il concetto intuitivo di distribuzione continua e di funzione di ripartizione, per calcolare la probabilità di eventi di interesse.

QUINTO ANNO

Lo studente sviluppa la comprensione delle idee elementari dell'analisi matematica e del loro legame con la nascita della scienza moderna. Inoltre, è in grado di approfondire, anche con la guida del docente e in relazione alle proprie intenzioni di studio e di lavoro, temi di interesse personale, nonché di riflettere retrospettivamente sul percorso compiuto. In questo modo, matura una visione complessiva di ciò che ha appreso, che diventa uno strumento utile per orientarsi consapevolmente verso gli studi successivi e il futuro professionale

ELEMENTI DI ANALISI MATEMATICA

A partire dalle idee intuitive acquisite nel secondo biennio, lo studente sviluppa i concetti fondamentali dell'analisi e le loro interconnessioni, e li usa per studiare il comportamento di semplici funzioni e modellizzare fenomeni in diversi contesti, con specifico riferimento alle discipline economiche e sociali.
In particolare, è in grado di

- illustrare la definizione del concetto di limite e le sue proprietà, senza pretesa di dimostrare ogni affermazione e facendo ricorso all'intuizione quando opportuno;
- giustificare una formula per la derivata di alcune semplici funzioni, in particolare della funzione esponenziale, della funzione logaritmo e delle funzioni seno e coseno;
- giustificare una formula per la derivata della somma, del prodotto e della composizione di due funzioni derivabili;
- scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un punto;
- calcolare la derivata prima di semplici funzioni e discutere le informazioni che la derivata permette di ottenere sull'andamento della funzione di partenza; applicare queste proprietà per risolvere problemi in diversi contesti;
- enunciare il Teorema fondamentale del Calcolo e illustrare il suo significato e qualche applicazione.

APPROFONDIMENTI

Lo studente, con la guida del docente e valorizzando interessi e approfondimenti personali, svolge un percorso di studio, eventualmente nell'ambito di progetti che coinvolgono università, enti di ricerca, musei, istituzioni culturali e il mondo del lavoro, nell'ambito del quale esercita e sviluppa la capacità di

- discutere il ruolo della matematica in qualche ambito del sapere, con eventuali riferimenti allo sviluppo storico del pensiero e della società;
- presentare una questione di matematica che approfondisce un argomento studiato o ne introduce di nuovi.

Inoltre, riflette sulla propria capacità di affrontare problemi e studi ulteriori con gli strumenti matematici e informatici acquisiti, anche in relazione a un eventuale percorso universitario di interesse.

Ad esempio, ferma restando l'autonomia dei docenti e degli studenti nelle scelte, tra i possibili temi di approfondimento e collegamento interdisciplinare si indicano: qualche teoria assiomatica – come le Geometrie non euclidee; i grafi e le reti; i metodi di analisi dei dati nella psicologia e nelle scienze sociali; l'analisi di bias cognitivi legati alla percezione e interpretazione di dati quantitativi; i processi coinvolti nel problem-solving in matematica; gli stereotipi di genere in matematica; gli strumenti di intelligenza artificiale nell'apprendimento della matematica.

Gli approfondimenti sono altresì un'occasione di riflessione retrospettiva sugli studi compiuti, al fine di apprezzare la loro unità culturale e di comprenderne meglio il senso complessivo nell'orizzonte degli obiettivi generali del Liceo delle Scienze Umane. In conclusione, lo studente avrà maturato un atteggiamento sereno e positivo nei confronti della matematica, superando eventuali vissuti di ansia o conflitto. Disporrà inoltre delle conoscenze e delle competenze necessarie per analizzare e discutere criticamente il rapporto tra matematica, cultura e processi di costruzione dell'identità personale.